

PROJETO DE PESQUISA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

O Método das Características para EDPs de Primeira Ordem

Orientador: Prof. Dr. Jan Metzger (Depto. Matemática - Universidade de Potsdam)

Estudante: Ana Paula Schramm Steuernagel

Resumo: O método das características resolve problemas de valor inicial para EDPs de primeira ordem, transformando a EDP em um sistema de EDOs. Essa abordagem revela uma interpretação geométrica da propagação das informações a partir das condições iniciais ao longo de curvas denominadas características. Nesta apresentação, serão discutidos tanto os fundamentos teóricos do método quanto sua aplicação na resolução de exemplos concretos.

1. INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO DO TEMA

A análise de equações diferenciais parciais (EDP) de primeira ordem constitui uma área de estudo relevante não apenas em vista de sua aplicação em uma variedade de sistemas físicos, mas também devido ao desenvolvimento de métodos para resolver essas equações. A expressão da forma

$$(1) \quad F(Du, u, x) = 0 \text{ em } U,$$

onde U é um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^n$, define uma EDP de primeira ordem. Aqui

$$F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \overline{U} \rightarrow \mathbb{R}$$

é dada, e a função $u : \overline{U} \rightarrow \mathbb{R}$ é a incógnita. Na apresentação, o método das curvas características será introduzido com o objetivo de encontrar

uma solução para uma EDP dessa forma sujeita à seguinte condição de contorno

$$(2) \quad u = g \text{ sobre } \Gamma,$$

onde $\Gamma \subseteq \partial U$ e $g : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ são dados. Além disso, supomos que as funções F e g são suaves.

Por esse método, converte-se uma EDP em um sistema de $2n + 1$ EDOs.

Além disso, o método das características nos revela como informações se propagam pelas curvas características a partir dos dados iniciais.

2. OBJETIVOS DA MINHA APRESENTAÇÃO COMO COMUNICAÇÃO ORAL NA SPIM

Pretendo, com essa apresentação, introduzir os ouvintes ao método das equações características. Para isso, definirei conceitos teóricos fundamentais como, por exemplo, a de curvas características. Além disso, gostaria de mencionar condições de fronteiras necessárias para a aplicação desse método, visto que pretendo mostrar na prática como podemos aplicá-lo a uma EDP de primeira ordem. Tal EDP do meu exemplo é linear, com o intuito de facilitar a compreensão de ouvintes que estão entrando em contato com esse método pela primeira vez. Por fim, gostaria de enunciar o teorema principal do meu estudo, o teorema da existência local, o qual garante que é possível obter uma solução da EDP original a partir da aplicação desse método. No entanto, não pretendo explicar nenhuma demonstração de teoremas ou lemas, pois, caso haja interessados em detalhes mais específicos desse assunto, poderei compartilhar meu relatório final da Iniciação Científica que realizei durante o meu intercâmbio. Neste relatório, há mais exemplos e várias demonstrações, as quais não abordarei na apresentação.